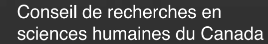
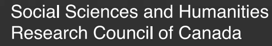
Éducation et francophonie
VOLUME XXXI:2 – AUTOMNE 2003
www.acelf.ca

L'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé est-il pavé de bonnes analyses d'erreurs?

Christian CANGE
Domaine de l'enseignement spécialisé, HEP-Vaud, Lausanne, Suisse

Jean-Michel FAVRE
Domaine de l'enseignement spécialisé, HEP-Vaud, Lausanne, Suisse


Conseil de recherches en sciences humaines du Canada
Social Sciences and Humanities Research Council of Canada
Canada
Patrimoine canadien
Canadian Heritage
ASSOCIATION CANADIENNE D'ÉDUCATION DE LANGUE FRANÇAISE

Éducation et francophonie
www.acelf.ca

VOLUME XXXI:2 – AUTOMNE 2003

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est d'inspirer et de soutenir le développement et l'action des institutions éducatives francophones du Canada.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.



268, Marie-de-l'Incarnation
Québec (Québec) G1N 3G4
Téléphone : (418) 681-4661
Télécopieur : (418) 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada
ISSN 0849-1089

La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire

Rédactrices invitées :
Claudine MARY et **Sylvine SCHMIDT**, Faculté d'éducation,
Université de Sherbrooke, (Québec) Canada

L'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé est-il pavé de bonnes analyses d'erreurs?

Christian CANGE
Domaine de l'enseignement spécialisé, HEP-Vaud, Lausanne, Suisse

Jean-Michel FAVRE
Domaine de l'enseignement spécialisé, HEP-Vaud, Lausanne, Suisse

RÉSUMÉ

La mise en œuvre de nouveaux moyens d'enseignement mathématiques en Suisse Romande vise, entre autres, à modifier le statut de l'erreur en classe. On tend à la considérer comme un support possible pour les apprentissages des élèves et on encourage de plus en plus les enseignants à travailler en ce sens. Des cours de formation continue concernant l'erreur leur sont ainsi proposés, selon un modèle qui procède : du repérage de l'erreur, de la description de la procédure qui l'a provoquée, de la recherche d'une ou de plusieurs origines possibles, de la mise en place d'un dispositif pour tester la pertinence des hypothèses effectuées et de la proposition d'activités de remédiation.

Nous pensons toutefois que bon nombre d'erreurs que nous avons repérées dans le champ de l'enseignement spécialisé se prêtent mal à une telle analyse et nous en donnerons quelques exemples. Nous essaierons aussi de montrer en quoi la

question de l'erreur est une question sensible dans l'enseignement spécialisé et comment elle est susceptible d'influer sur l'enseignement des mathématiques qui s'y trouve dispensé. Nous parlerons également des difficultés à utiliser l'erreur comme support pour favoriser les apprentissages dans l'enseignement spécialisé. Nous conclurons enfin par l'énoncé de quelques perspectives concernant la place de l'erreur dans la formation en enseignement des mathématiques des enseignants spécialisés.

ABSTRACT

Is Teaching Mathematics in Special Education Paved with Good Error Analysis?

One reason for implementing new ways of teaching mathematics in French-Speaking Switzerland is to modify the error status in the classroom. There is a tendency to believe that it may support student learning, and more and more teachers are encouraged to work this way. They are offered training in error analysis based on the following model : identifying the error, describing the procedure that led to it, investigating one or several possible origins, implementing a test to evaluate the pertinence of the hypotheses put forward and proposing remediation activities.

However, we think that many of the errors we identified in the field of special education are difficult to analyze in this manner and we will give you a few examples. We will also try to show how the error question is sensitive in special education and how it could influence the way mathematics is taught in this field. We will also discuss the problems with using error to as a way to promote learning in special education. Finally, we conclude by stating several perspectives on where error fits into special education teacher training in mathematics.

RESUMEN

¿La enseñanza de las matemáticas en la enseñanza especializada está llena de buenos análisis de errores?

La realización de nuevos medios de enseñanza de las matemáticas en Suiza francófona pretende, entre otras cosas, modificar el estatus del error en el salón de clases. Se tiende a considerarlo como un apoyo potencial par el aprendizaje de los alumnos y se alienta a los maestros a trabajar en ese sentido. Se proponen a los maestros cursos de formación continua en torno al error, a partir del modelo siguiente : identificación del error, descripción del procedimiento que lo ha provocado, investigación de uno o de varios orígenes posibles, instalación de un dispositivo para verificar la pertinencia de las hipótesis efectuadas y de las actividades de recuperación.

No obstante, nosotros pensamos que un buen numero de errores que hemos identificado en el campo de la enseñanza especializada no permiten realizar dicho



análisis y daremos algunos ejemplos. También trataremos de demostrar cómo la cuestión del error es un aspecto sensible en la enseñanza especializada y cómo puede influenciar la enseñanza de las matemáticas que se pretende dispensar. También abordaremos las dificultades que conlleva utilizar el error como apoyo para el desarrollo del aprendizaje en la enseñanza especializada. Finalmente concluiremos enunciando algunas perspectivas sobre el estatus del error en la formación en enseñanza de las matemáticas entre los docentes especializados.

Préambule

À l'occasion du colloque *Constructivismes : Usages et perspectives en Éducation* (Genève, 4-8 septembre 2001), nous avions monté, dans le cadre d'un atelier consacré à différents usages du « constructivisme » dans l'enseignement spécialisé, une affiche intitulée : « Petite boutique des erreurs » (Cange & Favre (2001)). Cette dernière visait à reproblématiser la question de l'erreur, en cherchant à montrer combien il pouvait être délicat, à partir d'une erreur ou d'une suite d'erreurs, d'en reconstituer le cheminement et d'en retrouver l'éventuelle origine (et cela même si chacun dans son for intérieur parvient souvent assez vite à s'en faire sa petite idée). Il s'agissait notamment d'aller au-delà des erreurs que nous qualifions de « prototypes », rencontrées dans certains ouvrages ou parties d'ouvrages consacrés à ce sujet (Charnay & Mante (1996); Astolfi (1997), par exemple), en illustration de certains concepts théoriques dont les auteurs cherchent à montrer l'opérationnalité pour l'analyse des erreurs. Nous voulions également mettre en évidence le fait que la mise en place d'activités dites de « remédiation » élaborées à partir d'erreurs et d'analyses d'erreurs - exercice pour lequel on souhaiterait actuellement que les enseignants de mathématiques deviennent experts - n'allait vraiment pas de soi.

Nous profitons donc de l'occasion qui nous est offerte ici pour poursuivre et approfondir la question de l'erreur dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans l'enseignement spécialisé. Pour réaliser ce projet, nous avons alors décidé de procéder par échanges de courriels (*mails*) dans lesquels, à partir d'une idée, d'une observation en classe ou d'une discussion qui avait lieu dans notre groupe de recherche, nous envoyions à l'autre une proposition, un argument auquel il devait ensuite répondre. Ces échanges se sont ainsi étendus sur plusieurs mois et ont abouti aux réflexions qui suivent. À ce titre, il nous paraît important de préciser que du fait de notre insertion professionnelle (enseignants spécialisés et formateurs d'enseignants spécialisés), ces réflexions sont fortement liées aux conditions des classes de l'enseignement spécialisé du canton de Vaud. Elles n'ont par ailleurs pas été soumises à une validation empirique (cette question n'étant d'ailleurs pas réglée pour l'enseignement spécialisé, voir à ce propos Conne (2000)). Mais nous avons compris que la visée majeure de ce colloque était d'ouvrir un champ de question-

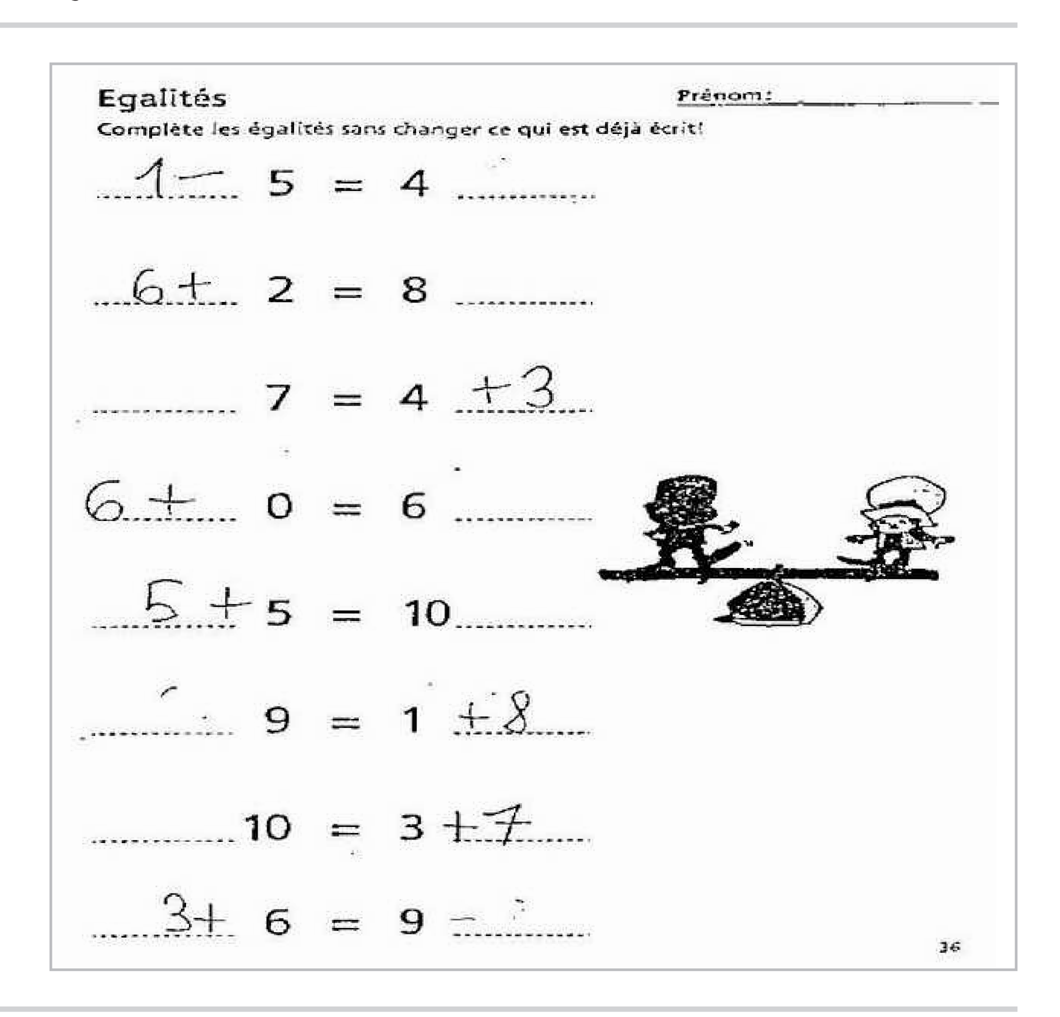
nement, ce à quoi, en ayant agi de la sorte, nous espérons avoir tout au moins partiellement répondu.

De quoi parlons-nous vraiment quand nous parlons d'erreur?

Cette première question a peut-être de quoi surprendre, tant il est vrai que le terme même d'erreur semble faire l'objet d'un consensus, dès lors qu'on la considère comme un support possible à l'apprentissage. Or, il nous semble au contraire que l'erreur est multiforme et que des erreurs de calcul, par exemple, ne sont pas comparables à des transgressions ou des inventions de règles dans l'effectuation d'un algorithme, alors même que ces dernières ne peuvent être non plus être assimilées telles quelles à des conduites « mal adaptées » lors de la résolution d'un problème.

De plus, certaines productions que l'on pourrait à première vue qualifier d'erreurs peuvent perdre leur caractère « erroné » lorsqu'on les examine un peu différemment. En fait, tout va dépendre de la norme, du produit attendu, comme on peut le voir dans l'exemple de Me ci-dessous (la fiche est tirée de Ging, Sauthier & Stierli (1996)). En regard des conventions qui régissent les écritures mathématiques, il est bel et bien certain que 1 - 5 = 4 est une erreur. De ce point de vue, on pourrait alors penser que, pour cet élève, les écritures 5 - 1 et 1 - 5 sont équivalentes. Pourtant, on peut également imaginer que c'est parce qu'il n'y avait pas de place réservée entre le 5 et le signe = qu'il a été amené à écrire 1 - 5 pour signifier qu'il fallait enlever 1 à 5 afin de le rendre égal à 4. Une autre manière de voir les choses qui peut nous faire hésiter à prendre la même production pour une erreur.

Figure 1 : **Erreur de Me**



Egalités — Prénom: ....

Complète les égalités sans changer ce qui est déjà écrit!

1 − 5 = 4 ....

6 + 2 = 8 ....

.... 7 = 4 + 3

6 + 0 = 6 ....

5 + 5 = 10 ....

.... 9 = 1 + 8

.... 10 = 3 + 7

3 + 6 = 9 − ....

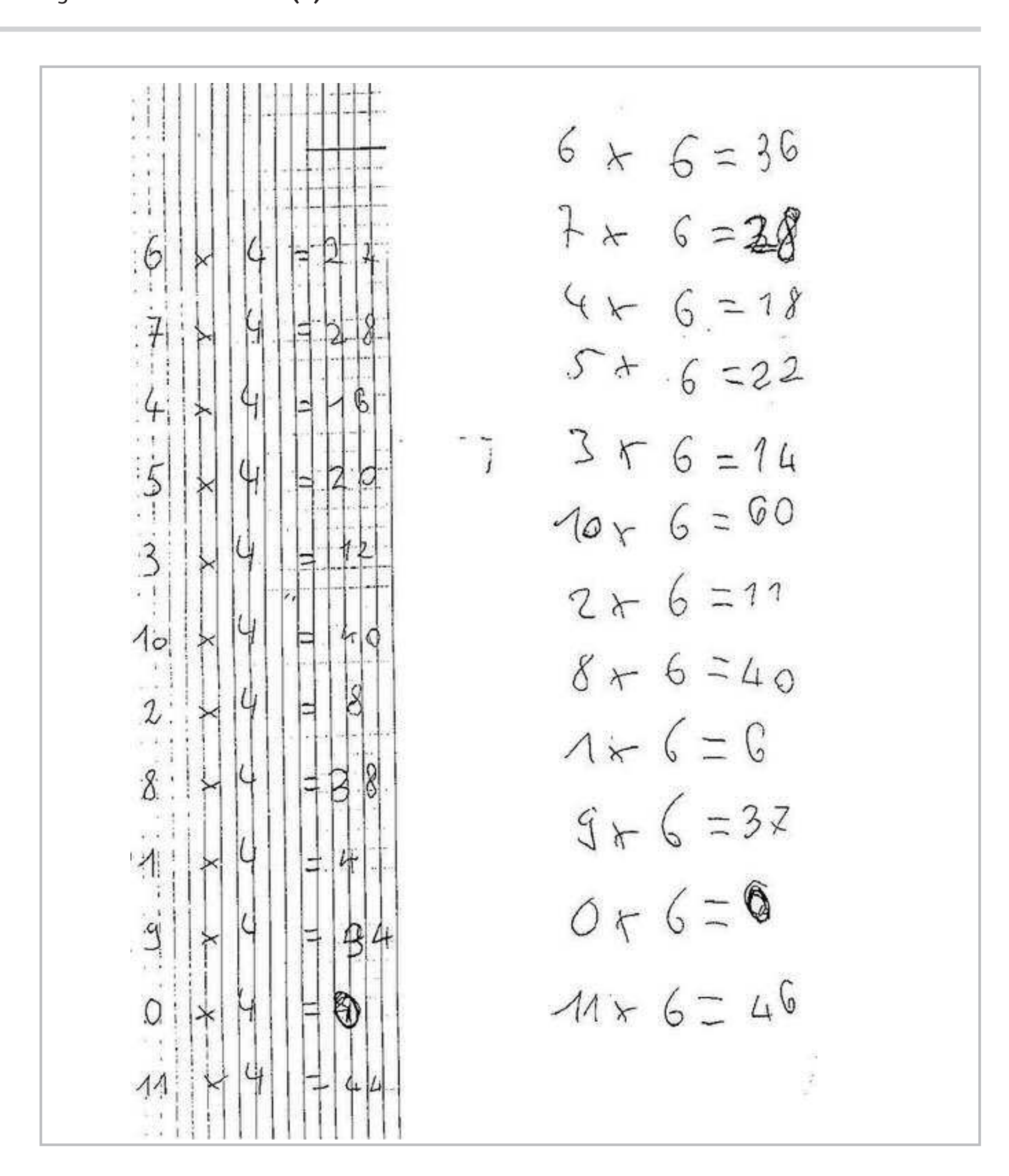
36

Dans une première approximation (qui nous suffira ici pour initier notre exposé), on s'en tiendra toutefois à qualifier l'erreur de résultat non-conforme, c'est-à-dire comme une variation ou un écart plus ou moins important avec un résultat attendu. On postulera ensuite que l'erreur est toujours l'aboutissement d'un cheminement, parfois inférable, du point de vue de l'observateur, en terme de procédure. Enfin, on avancera qu'il est également possible de se poser des questions quant à sa ou ses éventuelles origines, lesquelles peuvent elles aussi parfois être inférées, en référence à une théorie. Dans une telle perspective, l'erreur devient donc interprétable, en ce sens qu'elle peut nous donner un certain accès (à défaut d'un accès certain) à l'activité de l'élève. Ainsi, l'erreur pourra « faire signe », ce que, *a contrario*, un résultat conforme ne permet généralement pas de faire.

En prenant comme second exemple les erreurs de Gi (voir ci-dessous) dans son travail sur les tables de multiplication de 4 et de 6, on constate en effet, selon les propositions effectuées ci-dessus, que :

- d'abord, ce sont bien des erreurs, dans la mesure où les résultats découverts par G ne correspondent pas à ceux qui étaient attendus;
- ensuite, elles sont bien le produit d'un cheminement qu'il est possible, tout au moins en partie, de reconstituer : ajout de 2 aux résultats de la table de 4 pour produire ceux de la table de 6 dans neuf items sur douze (si l'on prend en compte le résultat 30 figurant sous le 28 dans le second item et que l'on fait abstraction des erreurs de 1 au septième et au neuvième item);
- enfin, des origines diverses peuvent être inférées, sans qu'à notre sens, on ne puisse pourtant raisonnablement parvenir à en privilégier une plutôt qu'une autre.

Figure 2 : **Erreurs de Gi (1)**



Il convient pourtant de remarquer que si cette suite d'erreurs semble répondre aux propositions que nous avons cherché à délimiter plus haut, il n'en va pas de même pour toutes les erreurs. Les difficultés apparaissent véritablement quand on ne parvient pas, ou alors quand on parvient difficilement à dégager une « systématique ».

De la (non-)systématique des erreurs

De nombreux travaux consacrés aux erreurs, et plus particulièrement ceux qui ont pris pour objet les algorithmes de calcul (Brown & Burton (1978); Brown & Van Lehn (1980), (1982); Resnick (1982); Brun & Conne (1991), (1993); Brun, Conne, Lemoyne & Portugais (1994); Brun, Conne, Floris, Lemoyne, Leutenegger & Portugais (1994)) ont permis de faire apparaître une certaine systématique dans les erreurs produites par des élèves en train d'apprendre. Ces erreurs sont parfois qualifiées de « bugs », parfois d'« obstacles », parfois même d'« inventions intelligentes » par les auteurs de ces travaux. Elles présentent notamment l'avantage de pouvoir être répertoriées, catégorisées et peuvent même permettre de reconstituer la procédure erronée de l'élève à partir de sa seule réponse écrite (Brun & Conne (1993)).

La suite d'erreurs commises par Gi dans l'exemple qui précède, tout en n'étant pas liée à un algorithme de calcul particulier, présente elle aussi une certaine systématique. C'est d'ailleurs précisément elle qui nous permet d'inférer, de façon relativement fiable, le cheminement qui l'a produite, et cela même si la systématique n'est pas absolue dans le sens où elle rompt en plusieurs items (6 x 6 = 36 ou 6 x 10 = 60, par exemple). Toutefois, comme on va pouvoir le constater sur la base de l'exemple qui suit (toujours emprunté à Gi), il n'est pas toujours possible de retrouver une systématique. Et là, le travail sur l'erreur se complique fortement.

Figure 3 : **Erreurs de Gi (2)**

Complète :

100 - 46 = 54 ✓	100 - 82 = 18 ✓
100 - 18 = 82 ✓	100 - 43 = 57 ✓
100 - 73 = 27 ✓	100 - 75 = 25 ✓
100 - 41 = 57 .	100 - 91 = 9 ✓
100 - 64 = 37 .	100 - 54 = 46 ✓
100 - 25 = 75 ✓	100 - 2 = 98 ✓
90 - 53 = 34 .	72 - 28 = 40 .
60 - 42 = 18 ✓	44 - 13 = 31 ✓
40 - 18 = 22 ✓	52 - 41 = 19 ✓
70 - 33 = 27 .	85 - 33 = 52 ✓
80 - 54 = 26 .	95 - 71 = 24 ✓
50 - 25 = 5 .	43 - 22 = 15 .
1000 - 321 = 679 ✓	1000 - 723 =
1000 - 433 = 567 ✓	1000 - 815 =
1000 - 572 =	1000 - 72 =
1000 - 804 =	1000 - 3 =

Il s'agit encore d'une tâche de calcul : des soustractions à résoudre mentalement (c'est-à-dire sans passer par l'écrit pour le faire). Mais si l'on essaie ici d'analyser l'ensemble des résultats produits par Gi et d'y trouver une certaine systématique, force est de constater, comme on va le voir ci-dessous, que l'on se sent très démuni.

- En commençant par les deux résultats erronés de la première colonne : 100 - 41 = 57 et 100 - 64 = 37, on observe qu'il n'y a pas d'erreurs aux dizaines et que l'on



trouve deux fois un 7 aux unités. On peut également remarquer que le résultat juste en dessus comprenait lui aussi un 7 aux unités. On peut alors penser que Gi a pu emprunter ce 7 pour le replacer dans les résultats suivants, mais ce n'est évidemment pas très certain. De plus, on peut aussi se demander pourquoi il l'aurait précisément fait là, et pas avant, ni après.

- En prenant ensuite la colonne en dessous qui commence par 90 - 53 = 34, on constate cette fois-ci que le chiffre des dizaines est juste, mais on peut dès lors se demander comment est arrivé celui des unités? Il serait possible aussi de dire que 34, c'est l'inverse de 43 et que Gi a peut-être fait 3 - 0 = 3 et 9 - 5 = 4, soit 34. Mais est-ce vraiment plausible? Et si oui, pourquoi là, maintenant, alors qu'il vient de réaliser sept calculs parfaitement justes (colonne de droite en haut).
- En poursuivant avec l'erreur : 70 - 33 = 27, on observe qu'ici, c'est l'unité qui est correcte. La dizaine est fausse, mais identique à la dizaine du résultat du dessus (22). Est-ce donc une reprise du résultat précédent, comme cela a pu être le cas pour le 7 des unités dans les deux erreurs de la première colonne? Peut-être, mais ce n'est pas certain.
- On remarque ensuite que le résultat qui vient juste après est exact, alors que, en situation, l'enseignant l'avait vu faux. Mais par ailleurs, est-ce que le 2 de la dizaine provient d'un calcul correct ou n'est-ce pas plutôt la reprise du 2 de la dizaine des deux résultats précédents? Difficile de l'affirmer.
- En ce qui concerne le dernier calcul de cette colonne : 50 - 25 = 5, peut-on considérer qu'il s'agit d'un oubli de la dizaine? Gi ne l'aurait pas vu, alors même que tous les résultats précédents ont deux chiffres. C'est plutôt bizarre.
- Terminons enfin avec 72 - 28 = 40. On pourrait penser que Gi a additionné 8 et 2, puis soustrait 3 (le 2 de 28 et le 1 du 10) au 7 et trouvé 40. Des règles de l'addition mêlées à celles de la soustraction? Cela fonctionnerait presque de la même façon pour le 43 - 22 = 15 du bas de la colonne. Mais dans ce cas, comment se fait-il qu'il ait pu trouver quatre résultats parfaitement justes entre les deux?

À la suite de ce bref et peu fructueux essai d'analyse, deux nouvelles questions viennent alors se poser : Comment donc un élève peut-il rendre une « copie » si peu systématique? L'enseignant spécialisé face à une telle « copie », comment peut-il s'y prendre?

L'élève, dans l'enseignement spécialisé, est-il, ou plutôt devient-il un expert de l'erreur?

Pour répondre à la première des deux questions, cherchons tout d'abord à comparer le statut de l'erreur dans l'enseignement spécialisé et dans l'école ordinaire.

Dans l'école ordinaire, on peut considérer qu'il y a des élèves qui commettent beaucoup d'erreurs, d'autres qui en commettent un peu moins et d'autres encore qui en commettent très peu ou même point du tout. Cet état de fait contribue d'ailleurs grandement à favoriser la gestion de l'enseignement par l'enseignant qui, tantôt, peut s'appuyer sur les erreurs de certains élèves pour chercher à mieux expliquer

quelque chose qui aurait été mal compris par le reste de la classe, tantôt peut s'appuyer sur la réussite des autres pour faire avancer le temps didactique (Favre (1997)). De plus, il est certain qu'à cause du grand nombre d'élèves qui se trouvent dans la classe, certaines erreurs ne parviennent jamais à faire leur entrée dans l'échange didactique, et restent donc dans le domaine privé de tel ou tel élève, soit parce que l'enseignant ne les a tout simplement pas vues, soit parce que les élèves sont parvenus à suffisamment bien les dissimuler.

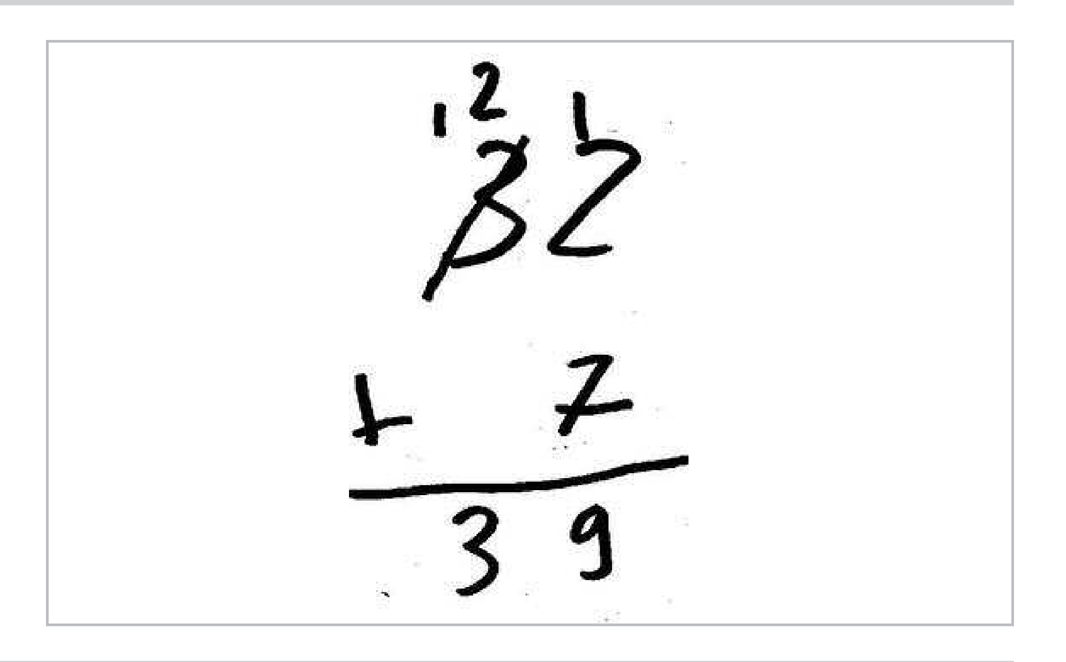
Dans l'enseignement spécialisé en revanche, les choses ne sont pas tout à fait identiques. Par définition (ou presque), on pourrait dire qu'un élève de l'enseignement spécialisé est un élève qui fait des erreurs. S'il a dû quitter l'enseignement ordinaire pour rejoindre l'enseignement spécialisé, c'est assurément qu'il en a produit beaucoup dans l'enseignement ordinaire; et s'il est depuis toujours dans l'enseignement spécialisé, c'est sans doute qu'il en a produit assez pour qu'il puisse y rester.

De plus, à cause des conditions qui régissent les classes de l'enseignement spécialisé (faible effectif, individualisation de l'enseignement), le statut de l'erreur y est différent. Pas forcément d'ailleurs, parce que les élèves commettent effectivement plus d'erreurs, mais aussi et surtout parce que l'enseignant peut difficilement en éviter la rencontre. Les erreurs des élèves se situent donc au cœur de l'échange didactique. En l'absence d'un programme clairement établi pour les classes de l'enseignement spécialisé, on peut même penser que les erreurs contribuent à légitimer l'enseignement qui s'y trouve dispensé : tant que les élèves se trompent et commettent des erreurs, n'est-ce donc pas que l'enseignement proposé était utile (nous reviendrons par la suite sur ce point)?

On pourrait même se demander au passage comment réagirait un enseignant spécialisé à l'égard d'une absence d'erreurs. Serait-il en mesure d'interpréter cette absence d'erreurs en terme de réussite ou ne chercherait-il pas plutôt à remettre l'élève à l'épreuve pour le conduire à produire de nouvelles erreurs? À la différence de ce qui se passe dans l'enseignement ordinaire, nous estimons que les erreurs des élèves conditionnent fortement le déroulement du temps didactique dans les classes spécialisées.

Cela dit, il est également important de chercher à comprendre comment des élèves de l'enseignement spécialisé peuvent continuer (pour ne pas dire perpétuer) à produire des erreurs, qui plus est à propos d'objets dont l'enseignement leur est répété année après année? Comme c'est le cas, par exemple, des algorithmes de calcul, lesquels constituent dans certaines classes spécialisées, l'essentiel des activités mathématiques qui sont proposées aux élèves. On peut proposer une amorce de réponse à cette délicate question en évoquant le cas de Ma qui a produit le calcul suivant.

Figure 4 : **Erreur de Ma (1)**



Comme il a été possible de le faire au sujet de la suite d'erreurs commises plus haut par Gi dans la résolution du livret 6, nous pouvons retrouver (par inférence) le cheminement qui a conduit Ma à ce résultatde 39 :

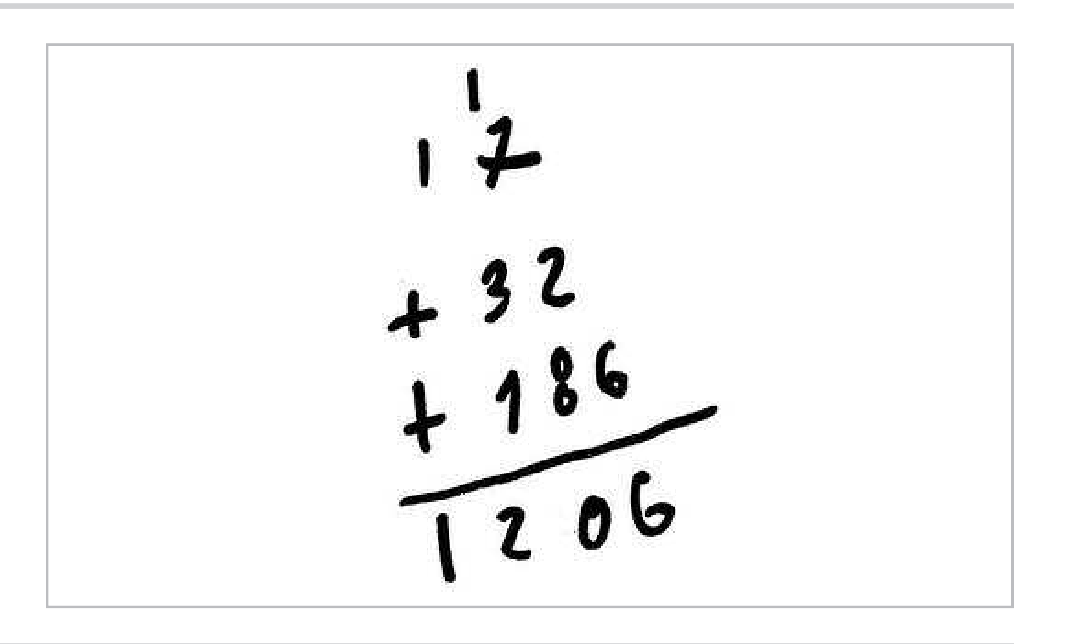
- 2 + 7, je ne peux pas (car 7 est plus grand que 2);
- j'emprunte alors une dizaine au 3 que je biffe et j'écris 2;.
- 10 + 2 = 12 (qui, plus grand que 7, rend maintenant possible le déroulement du calcul);
- 12 + 7 = 19, je pose le 9 et je retiens le 1 que j'écris dans la colonne des dizaines;
- 1 + 2 = 3 et mon calcul est terminé.

Tout en conservant à nouveau une certaine réserve quant à l'origine possible d'une telle erreur (au fait est-ce bel et bien une erreur, alors que le résultat est tout à fait conforme au produit attendu?), ce qui nous paraît intéressant à examiner, c'est ce en quoi le cheminement de Ma, élève de quinze ans, peut être différent de ceux qu'aurait pu suivre un enfant de sept ou huit ans au cours du même calcul?

On remarque en effet que pour réaliser cette addition, Ma emprunte simultanément des règles à l'algorithme d'addition et des règles à celui de la soustraction. Cet élève ne semble donc pas pouvoir faire le tri entre des règles issues de deux algorithmes différents, c'est-à-dire à en utiliser certaines parce qu'elles sont effectivement pertinentes dans ce cas de figure, et à en rejeter d'autres parce qu'elles ne le sont pas. Et c'est un peu comme s'il prenait ici et là des morceaux de règles que les enseignants rencontrés durant sa scolarité se sont (sans doute) épuisés à lui faire apprendre et qu'il essayait de les combiner pour produire un résultat qui, dans le cas présent, aboutit (sans doute bien malgré lui) à celui qui était attendu.

On pourrait donc dire que Ma s'est constitué un important réservoir de règles, dans lequel il puise avec plus ou moins de réussite, ce qu'évidemment ne peut posséder, par comparaison, un élève de sept ou huit ans, relativement vierge de toutes ces règles accumulées au fil du temps. Ce réservoir lui donne ainsi une certaine expertise des règles et donc des erreurs qu'elles sont, par combinaisons, susceptibles de produire. Une expertise à laquelle il est sans doute vain de vouloir lui faire renoncer par un nouvel et xième travail sur ces mêmes algorithmes de calcul, tant celle-ci paraît solide et stable, comme nous le montre ce nouvel exemple, illustratif d'une règle - l'alignement des additions par la gauche - que Ma n'a jamais songé à abandonner.

Figure 5 : **Erreur de Ma (2)**



Le « couple enseignant-enseigné » à l'égard de l'erreur

Reprenons maintenant la seconde question soulevée à partir de l'examen de la page de soustractions réalisées par Gi : Et l'enseignant spécialisé à l'égard d'une telle « copie », comment peut-il s'y prendre?

Va-t-il corriger ou faire corriger? Va-t-il montrer une nouvelle fois comment il vaut mieux s'y prendre? Mais à quoi cela peut-il donc bien servir? Tous les résultats justes (les deux tiers) attestent que souvent Gi sait plutôt bien s'y prendre? Alors, va-t-il montrer une manière de contrôler ces résultats en lui faisant faire, par exemple, des preuves par addition? Et si Gi se trompe en les effectuant? De plus, après coup, à quoi cela peut-il bien lui servir? C'est en faisant le calcul que l'on souhaiterait qu'il contrôle le résultat et non après. Et voilà que l'on se retrouve soudain bien en mal de l'aider. Ses erreurs, d'un seul coup, nous renvoient bien malgré lui à notre ignorance

ou à ce que G. Lemoyne qualifie de : « peur de ne pas savoir la réponse » (Lemoyne (1990)).

Il convient cependant de préciser que nous avons affaire ici à un cas particulier de repérage et de traitement de l'erreur, dans le sens où l'on essaie de réfléchir après coup sur des erreurs passées et que l'on s'interroge ensuite sur le champ d'action possible de l'enseignant (et de l'élève). Mais dans les conditions qui régissent les classes d'enseignement spécialisé, ce cas de figure n'est sans doute pas le plus fréquent. L'enseignant se retrouve en effet le plus souvent au cœur de l'activité, en interaction directe avec l'élève et la tâche. Nous parlerons donc plus exactement à ce propos du « couple enseignant-enseigné » (Conne (1999)).

Dans une telle situation, le couple enseignant-enseigné se retrouve alors aux prises directes avec l'erreur : l'élève qui la produit, l'enseignant qui la repère (si l'élève de l'enseignement spécialisé peut être considéré comme un expert de l'erreur, l'enseignant est sans nul doute un expert du repérage, grâce à un contexte propice qui lui en facilite la rencontre) et le couple qui va devoir la traiter. Que va-t-il donc se passer?

Voici un exemple (que nous racontons ici parce qu'il nous semble être l'illustration de nombreuses situations similaires que nous avons vécues en classe d'enseignement spécialisé) de ce qui s'est passé à l'occasion d'une séquence d'enseignement consacrée à la recherche du volume d'un parallélépipède rectangle. Il s'agissait, en gros, pour trois élèves de la classe, de raconter à un quatrième élève, absent la leçon précédente, comment il était possible de connaître le nombre de cubes nécessaires à la construction d'une brique de 4 x 3 x 4 (cubes) :

- Le premier élève interrogé a dit qu'il ne se souvenait pas comment s'y prendre. Le second a alors proposé à deux reprises de compter les cubes qui se trouvaient sur les faces de la brique (une façon de faire qu'il avait déjà utilisée la fois précédente, qui l'avait amené à demander 80 cubes pour construire la brique et qui avait été invalidée par la construction effective). Je (l'emploi du « je » s'explique au cours de ce récit par le fait que la séquence s'est déroulée dans l'une de nos classes) l'ai alors contredit en lui disant que c'était précisément la façon de procéder qu'ils (les élèves) avaient précisément choisi d'écarter la fois précédente.
- Un bon moment s'est alors écoulé sans que personne ne prenne la parole, quand soudain le second élève s'est rappelé qu'il fallait « faire 16 », c'est-à-dire « 16 + 16 + 16 et que cela faisait 48 », mais il n'arrivait pas à dire à quoi cela correspondait sur la brique : il cherchait en effet encore à compter les cubes sur les faces. Et c'est finalement, le troisième élève (celui qui avait découvert et proposé un partage de la brique par « tranches » de 16 cubes la fois précédente) qui a montré aux trois autres comment partager le cube en trois « tranches » : le premier 16 correspondant à la « tranche » du haut, le second 16 à la « tranche » du bas et le troisième 16 à la « tranche » du milieu.
- J'ai alors demandé à celui qui rentrait de maladie s'il saurait dire maintenant combien il faudrait de cubes pour construire une brique identique à un *Rubik's cube* (que j'avais sous la main) et il m'a répondu 27 en comptant 9 et 9, 18; puis 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27.

- L'activité aurait sans doute pu s'arrêter là, mais il se trouve que je n'ai pu m'empêcher de poser une nouvelle question (je ne sais plus bien laquelle) au deuxième élève (celui qui avait retrouvé le 16 + 16 + 16 = 48, mais qui comptait les cubes sur les faces) à propos du *Rubik's cube*. Et à partir de là, on s'est engagé dans un processus assez étrange (dommage que je n'aie pas le protocole), où l'élève s'est mis à nouveau à compter les cubes sur les faces du *Rubik's cube*, puis à compter les faces elles-mêmes, arrivant tantôt à 5 faces, tantôt à 6, tantôt à 7, cherchant des yeux mon approbation pour le 5, pour le 6 et pour le 7.
- J'étais alors si décontenancé par l'incapacité qu'il me montrait à pouvoir énoncer le nombre correct de faces que comporte un cube que je n'ai même pas été capable de répondre à son attente. Et, qu'au contraire, je me suis même mis à le suivre, irrésistiblement attiré par cette forme de spirale dans laquelle il m'entraînait, lui proposant un autre cube (son taille-crayon) pour qu'il compte le nombre de faces et qu'il parvienne à se réapproprier le fait qu'il y en avait bien 6, ce qu'il s'est tout bonnement avéré incapable de faire.
- Ce n'est finalement que l'heure de la récréation qui nous a heureusement permis de nous extirper de cette spirale dans laquelle nous nous trouvions tous deux engagés.

Comment alors, à la suite d'une telle séquence, où la déconcertation du couple enseignant-enseigné se prolonge, en tout cas dans l'esprit des deux acteurs en présence, bien au-delà de la classe, va pouvoir se poursuivre le processus d'enseignement? Il est évidemment tentant de vouloir mettre sur pied une nouvelle activité susceptible de permettre à l'élève de se réapproprier le nombre de faces que comporte un cube, par exemple, en lui faisant comparer le cube à d'autres polyèdres. Et ceci, alors même que la séquence d'enseignement précédente était consacrée à un tout autre objet, soit la recherche du nombre de cubes nécessaires à la construction d'une brique. Dans le cas présent, je n'ai toutefois pas été amené à le faire, puisque la semaine suivante, lorsque j'ai revu l'élève en question, il m'a déclaré avant même de me dire bonjour : « un cube, ça a six faces, j'en suis sûr, et comme ça, tu vas arrêter de m'embêter ».

L'éventualité d'une suite qui viserait à répondre à une erreur inopinée (en ce sens qu'elle n'est pas directement en lien avec l'objet traité dans la séquence) manifestée par un élève tend par conséquent déjà à annoncer le fait que l'apparition de telles erreurs pourra avoir des incidences importantes sur le pilotage et le contenu de l'enseignement des mathématiques dans la classe spécialisée.

L'erreur comme boussole de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé

Prenons maintenant un autre exemple pour faire apparaître ce phénomène de façon plus explicite et ce, à propos d'une activité - les copines de Caroline (Danaley, Dumas, Studer & Villars-Kneubühler (1998)) - qui propose à des élèves de troisième

année primaire de reproduire un dessin sur un quadrillage, en lui faisant subir des rotations et des translations. La production de Mi (voir ci-dessous) qui a complété les pattes et la tête de la tortue en bas à gauche fait apparaître de nouvelles erreurs : les sommets des carrés représentant les pattes ne sont pas bien placés sur les croisements des lignes du quadrillage et il en va de même pour la tête de la tortue.[1]

Figure 6 : **Erreurs de Mi**

Les copines de Caroline

Quatre tortues identiques s'amusent dans le jardin. Seule Caroline est entièrement dessinée. Termine le dessin de ses trois copines.

1. Précisons à ce propos que la reproduction des erreurs de Mi nous a amenés à réduire les dimensions du quadrillage, ce qui pourrait faire croire, à tort, qu'il n'est pas possible de compléter le dessin de la tortue en haut à droite, alors que cela est bel et bien le cas sur la fiche originale.

Or, comment un enseignant, face à cette production, pourra-t-il considérer les erreurs commises par Mi? Il est très vraisemblable que celles-ci seront interprétées en termes de difficultés. Des difficultés, non pas liées directement à la translation ou à la rotation, mais bien plutôt des difficultés de précision : difficultés à situer des points sur les intersections d'un quadrillage, difficultés à relier deux points à l'aide d'une règle. Remarquons pourtant que ces difficultés n'ont pas été prévues dans l'analyse de la tâche (tout au moins celle du manuel qui ne les anticipe pas) et qu'elles font également obstacle à tout essai de reconstitution en termes de procédure. Cependant, ce sont bien elles qui, pour l'élève, rendent délicate la résolution du travail qui lui est demandé, et qui, surtout, pour l'enseignant, risquent de détourner son attention de la tâche initiale. Quoi de plus tentant en effet que de faire une remarque à l'élève au sujet de son manque de précision et de lui faire recommencer son travail pour qu'il soigne mieux son tracé. Quoi de plus normal, en cas de nouvel échec, que de lui proposer d'autres activités qui lui permettront d'exercer encore un peu mieux la précision de son tracé. Quoi de plus légitime, en fait, puisque l'on permet ainsi à l'élève d'essayer de surmonter une difficulté qu'il devra de toute manière un jour apprendre à dépasser.

L'enseignement, toutefois, aura bel et bien été détourné de son objet initial, un travail sur la translation et la rotation et cela, à cause d'une erreur non prévue. On peut même allégrement imaginer que la nouvelle activité proposée pourra à son tour donner naissance à de nouvelles erreurs, témoins de nouvelles difficultés, qui à leur tour vont générer de nouvelles activités et que le processus pourra ainsi perdurer jusqu'à ce que les erreurs, si cela arrive une fois, ne se manifestent plus et où il sera peut-être alors temps de reparler de translations et de rotations.

C'est d'ailleurs assurément un tel phénomène qui nous donne continuellement à penser, à nous les enseignants spécialisés, qu'on n'a jamais assez de temps pour (bien) faire les choses (s'il est probable qu'on a tout autant l'impression de courir contre le temps dans l'école ordinaire, on arrive cependant presque toujours au terme du programme, avec la satisfaction du devoir accompli). On se plaint alors des éducateurs et des thérapeutes qui nous volent sans cesse nos élèves, quand après deux semaines de travail, on constate que l'on n'a pas fait la moitié de ce qu'on avait initialement prévu de faire. Ainsi, d'un certain point de vue, on angoisse face au temps qui passe, mais de l'autre, on se rassure, satisfait du devoir accompli et ce, par le sentiment d'avoir bel et bien répondu aux besoins, manifestés en termes d'erreurs et de difficultés, des élèves qui nous ont conduits à devoir changer notre cap.

Nous ponctuerons donc l'ensemble des réflexions qui précèdent par la proposition suivante : si, dans l'école ordinaire, le pilotage des activités est solidement régenté par la nécessité d'épuiser le programme, on peut en revanche penser que dans l'enseignement spécialisé, on navigue pas mal à vue. Et c'est un peu comme si l'important travail de transposition dévolue à l'enseignant du fait de l'absence d'un programme rigoureusement établi se faisait, tant bien que mal, à l'aide d'une boussole dont l'aiguille serait systématiquement aimantée par le pôle magnétique des erreurs produites par les élèves.

Conclusion

Notre conclusion cherchera à définir plusieurs perspectives concernant la place de l'erreur dans la formation en enseignement des mathématiques des enseignants spécialisés. Dans une première approximation, et comme nous l'avons fait tout au long de ce texte, nous nous proposons d'envisager l'enseignement spécialisé comme un tout. Cela veut dire que nous n'entrerons pas plus avant dans l'hétérogénéité des lieux, des personnes, des troubles, des handicaps, des conditions, des contraintes qui constituent ce tout. Nous dirons alors qu'un des éléments majeurs qui caractérise ce tout est que l'enseignant d'une classe spéciale se trouve très démuni face aux difficultés rencontrées par les élèves pour apprendre les mathématiques. Nous postulerons également que les erreurs des élèves constituent, pour l'enseignant spécialisé, autant de témoins de ces difficultés et qu'en cela, les erreurs participent à renforcer et à légitimer ce sentiment d'impuissance.

Dans cette optique, la formation en enseignement des mathématiques des enseignants spécialisés ne saurait bien évidemment éluder la question de l'erreur. À notre point de vue, il s'agirait en tous les cas de former les enseignants spécialisés à :

- l'analyse d'erreurs, de manière à ce qu'ils en perçoivent à la fois les difficultés et les richesses (voir à ce propos le texte de Lucie Deblois dans cette revue) : soit, d'une part, les amener à une certaine « humilité » face à la complexité que représente ce travail d'analyse; puis, d'autre part, à leur faire rencontrer un certain plaisir à le réaliser et faire en sorte qu'ils parviennent à s'en « distraire » (au sens de divertir). Il nous paraît en outre important que les erreurs soumises à l'analyse des enseignants spécialisés proviennent tout autant de l'école ordinaire que de l'enseignement spécialisé, et ceci pour témoigner du fait que bon nombre d'erreurs ne sont pas l'apanage des seuls élèves déclarés « en difficultés »;
- l'analyse des tâches qu'ils soumettent à leurs élèves et l'anticipation des erreurs possibles qui sont en lien direct avec ces tâches. Ceci, de façon à ce qu'en situation d'enseigner, ils n'en viennent pas (ou moins) à se laisser distraire (au sens de détourner) par des erreurs ou des difficultés que nous qualifierons d'annexes, c'est-à-dire qui ne sont pas directement en lien avec les objets de savoir dont ils espèrent favoriser la rencontre des élèves. Ceci pose en outre la question cruciale de la dévolution du problème (au sens que lui donne Brousseau (1990)), au sein de laquelle l'enseignant spécialisé a un rôle excessivement important et délicat à jouer (voir à ce propos le texte de Sophie René de Cotret et Jacinthe Giroux dans cette revue);
- la mise en œuvre d'activités mathématiques plus diversifiées, c'est-à-dire qui ne se centrent pas seulement sur le versant numérique des mathématiques (pour des exemples, voir le texte de François Conne dans cette revue) ou plus ouvertes (comme les problèmes tirés du manuel de G. Charrière (Charrière (1995)) et au sein desquelles les élèves seront peut-être susceptibles de mieux distraire leurs enseignants (à nouveau au sens de divertir), tout en leur donnant l'occasion de

mieux se laisser distraire (cette fois au sens de détourner) de leurs difficultés habituelles.

Enfin, nous ne saurions terminer ces quelques propos consacrés la place de l'erreur dans la formation en enseignement des mathématiques des enseignants spécialisés, sans manquer de nous interroger sur le rôle joué par leur formation « psychologique » vis-à-vis de la « pathologisation » des erreurs, c'est-à-dire de leur interprétation en termes de difficultés? Il nous paraîtrait à ce titre très fécond de soumettre à une telle analyse l'ensemble des erreurs qui figurent dans ce texte.

Références bibliographiques

ASTOLFI, J.-P. (1997). *L'erreur, un outil pour enseigner?* Paris : ESF éditeur, coll. Pratiques et enjeux pédagogiques.

BROUSSEAU, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 9/3., Grenoble : Ed. La Pensée Sauvage.

BROWN, J.-S., BURTON, R.-R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematics skills. IN *Cognitive Science*, Vol. 2, pp. 155-192

BROWN, J.-S., VAN LEHN, K. (1980). Repair theory : A generative theory of bugs in procedural skills. IN *Cognitive Science*, Vol. 4, pp. 379-426.

BROWN, J.-S., VAN LEHN, K. (1982). Toward a generative theory of bugs in procedural skills. IN *Addition and subtraction : A cognitive perspective*, T. Carpenter, J. Moser and T. Romberg (Eds), Hillsdale, NJ : Lawrencw El baum Associates.

BRUN, J., CONNE F. (1991). L'étude des algorithmes de calcul dans la transmission et la constitution des connaissances numériques. IN *PME XV*, Assisi : Fond National de la Recherche Scientifique (recherche menée par Brun, J., Conne F., Retschitzki, J. & Schubauer R.).

BRUN, J., CONNE F. (1993). Calculs et erreurs systématiques. IN *Journal de l'enseignement primaire*, Vol. 43, Genève, pp. 29-31.

BRUN, J., CONNE F., LEMOYNE, G., PORTUGAIS, J. (1994). La notion de schème dans l'interprétation des erreurs des élèves à des algorithmes de calcul écrit. IN *Cahiers de la recherche en éducation*, Genève, pp. 117-132.

BRUN, J., CONNE F., FLORIS, R., LEMOYNE, G., LEUTENEGGER F., PORTUGAIS, J. (1994). Erreurs systématiques et schèmes-algorithmes. In *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, M.Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavignot (Eds), Grenoble : La Pensée Sauvage, Colloque ARDM, pp. 203-209.



CANGE, C., FAVRE, J.-M. (2001). Petite boutique des erreurs. IN *Actes du colloque « Constructivismes : usages et perspectives en Education, volume II*, SRED, Cahier 8, Genève, pp. 525-528.

CHARRIERE, G. (1995). *L'algèbre mode d'emploi*. Lausanne : Éditions loisirs et pédagogie S.A.

CONNE, F. (1999). Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne. IN *Le cognitif en didactique des mathématiques*, G. Lemoyne et F. Conne (dir.), Montréal : Presses de l'Université de Montréal, pp. 31-69.

CONNE, F. (2000). Pouvons-nous parler d'une didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé? IN *Actes de la Xème école d'été de didactique des mathématiques*, Houlgate : ARDM éd.

CHARNAY, R., MANTE, M. (1996). *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles*. Tomes 1 et 2, Paris : Hatier pédagogie.

DANALEY, C., DUMAS, J.-P., STUDER, C., VILLARS-KNEUBÜHLER, F. (1998). *Mathématiques 3ème année : Livre du maître, livre de l'élève et fichier de l'élève*. Neuchâtel : COROME (Commission romande des moyens d'enseignement et d'apprentissage).

FAVRE, J.-M. (1997). *L'échec, le temps, la multiplication : étude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement et l'apprentissage de la multiplication dans une classe spécialisée, par comparaison avec l'enseignement et l'apprentissage de la même opération dans une classe primaire*. Mémoire inédit, FPSE, Université de Genève.

GING, E., SAUTHIER, M.-H., STIERLI, E. (1996). *Mathématiques 1ère année : Livre du maître et fichier de l'élève*. Neuchâtel : COROME (Commission romande des moyens d'enseignement et d'apprentissage).

LEMOYNE, G. (1990). La peur de ne pas savoir la réponse : les difficultés d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques. IN *Repères*, Université de Montréal, pp. 79-101.

RESNICK, L.-B. (1982). Syntax and semantics in learning to subtract. IN *Addition and subtraction : A cognitive perspective*, T. Carpenter, J. Moser and T. Romberg (Eds), Hillsdale, NJ : Lawrence Elrbaum Associates.